a) Loi de probabilité de X :

$X(\Omega) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

- $p(X=-2) = \frac{9}{36}$ • $p(X=-1) = \frac{6}{36}$
- $p(X=0) = \frac{13}{36}$ • $p(X=1) = \frac{4}{36}$
- $p(X=2) = \frac{4}{36}$

b) $p(X>0) = p(X=1) + p(X=2) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

$$\boxed{p(X>0) = \frac{2}{9}}$$

Exercice 14

$B_1\ B_{-1}\ N_1\ N_1\ N_{-1}$

1) $card.(\Omega) = C_5^2 = 10$

a) $p(A) = \frac{C_2^2}{10} + \frac{C_3^2}{10} = \frac{2}{5}$

$p(B) = \frac{C_2^2}{10} = \frac{1}{10}$

b) les valeurs prises par X sont $X(\Omega) = \{-2, 0, 2\}$

$\{-1,-1\} \longrightarrow p(X=-2) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$

$\{-1,1\} \longrightarrow p(X=0) = \frac{C_3^1 \times C_2^1}{C_5^2} = \frac{6}{10}$

$\{1,1\} \longrightarrow p(X=2) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$

E(X) : espérance mathématique de X

$$E(X) = \sum_i x_i p_i = -2x\frac{1}{10} + 0x\frac{6}{10} + 2x\frac{3}{10} = 0,4$$

2) P : $x + ay + b = 0$; P' : $x + by - a = 0$

Soient $\overline{N}\begin{pmatrix}1\\a\\0\end{pmatrix}$ un vecteur normal de P

$\overline{N}\begin{pmatrix}1\\a\\0\end{pmatrix}$ un vecteur normal de P'

On a donc :

- P et P' sont parallèles si et seulement si $\overline{N}$ et $\overline{N}'$ sont colinéaires $\Leftrightarrow \det(\overline{N}, \overline{N}') = \begin{vmatrix}1 & 1\\ a & b\end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow b - a = 0 \Leftrightarrow a = b$

Donc l'événement C est réalisée si on tire deux jetons de même numéro par suite : p (C) =

$$\frac{A_3^2 + A_2^2}{A_5^2} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

- P et P' sont perpendiculaires si et seulement si $\overline{N}$ et $\overline{N}'$ sont orthogonaux $\Leftrightarrow \overline{N} \cdot \overline{N}' = 0$

$\Leftrightarrow 1 + ab = 0 \Leftrightarrow ab = -1$

Donc l'événement D est réalisée si on tire deux jetons deux numéros distincts d'où :

$p(D) = p(\overline{C}) = 1 - p(C) = \frac{3}{5}$

$$\boxed{p(C) = \frac{2}{5} \text{ et } p(D) = \frac{3}{5}}$$

Exercice 15

$\underbrace{|N,N,B,B,B|}_{U_1}$ $\underbrace{|N,N,N,B,B|}_{U_2}$

1) On considère l'événement A << obtenir le chiffre 0 au cours du lancer du dé cubique >> $p(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

D'après le principe de probabilité totale on a :

$p(E) = p(E \cap A) + p(E \cap \overline{A})$

$= p(A).p(E \mid A) + p(\overline{A}).p(E \mid \overline{A})$

$$= \frac{2}{3}x\frac{3^2+2^2}{5^2} + \frac{1}{3}x\frac{A_3^2 + A_2^2}{A_5^2}$$